Programme de khôlle n° 22

Semaine du 6 Avril

Cours

- **Chapitre 12 : Variables aléatoire discrètes**
  - Variables aléatoires réelles discrètes (v.a.r.d.) finies et infinies
  - Loi d'une v.a.r.d., la loi d'une v.a.r.d. X est entièrement déterminée par une famille de réels $(x_i)_{i\in I}$ et une famille de réels positifs $(p_i)_{i\in I}$ vérifiant $\sum_{i\in I} p_i = 1$, avec $I = \mathbb{N}$ ou $I = \mathbb{Z}$ ou I fini, telles que $\forall i \in I$, $\mathbb{P}(X = x_i) = p_i$.
  - Théorème d'existence d'une variable aléatoire réelle discrète
  - Fonction de répartition, lien entre fonction de répartition et loi d'une variable discrète
  - Définition de l'espérance (X admet une espérance ssi la série $\sum x_i\mathbb{P}(X = x_i)$ converge **absolument**). Linéarité de l'espérance, espérance d'une v.a.r.d. positive, théorème de transert, moment d'ordre r d'une variable aléatoire.
  - Variance, écart-type, formule de König-Huygens
  - Lois usuelles :
    - ▷ Loi de Bernoulli, fonction de répartition, espérance, variance. Variable aléatoire indicatrice.
    - ▷ Loi uniforme sur un ensemble fini, $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket a, b\rrbracket)$. Si $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket 1, n\rrbracket)$, alors $\mathbb{E}(X) = \dfrac{n+1}{2}$ et $V(X) = \dfrac{n^2-1}{12}$.
    - ▷ Loi géométrique, X suit une loi géométrique lorsque X est le rang du premier succès dans une répétition d'épreuves de Bernoulli, espérance et variance. Une loi géométrique est sans mémoire.
    - ▷ Loi binomiale
    - ▷ Loi de Poisson
    - ▷ Inégalités de Marov et de Bienaymé-Tchebychev.

Questions de cours et exercice

- **Questions de cours**
  - Démonstration de l'inégalité de Markov
  - Démonstration de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
  - Calcul de l'espérance et de la variance de X dans les cas suivant :

    - $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket 1, n\rrbracket)$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.
    - $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$ avec $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0, 1]$
    - $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ avec $p \in]0, 1]$.
    - $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$ avec $\lambda > 0$.